ПРАВИТЕЛЬСТВО САНКТ – ПЕТЕРБУРГА КОМИТЕТ ПО ОБРАЗОВАНИЮ

Государственное бюджетное общеобразовательное учреждение гимназия № 498 Невского административного района г. Санкт – Петербурга

Адрес:Санкт-Петербург, ул. Новосёлов, 21

Телефон/факс 446-18-57, e-mail:school498@bk.ru

ПРОЕКТНО – ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКАЯ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ

**ТЕМА ПРОЕКТА**

**Старинные задачи и способы их решений**

**Руководитель проекта**

Поликарпова Валентина Вячеславовна

учитель математики

**Работу выполнила**

Рябова Евдокия

7 «А» класс

г. Санкт – Петербург

2017

# Содержание

[Содержание 2](#_Toc475046204)

[Введение 3](#_Toc475046205)

[Основная часть 4](#_Toc475046206)

[Первая глава (теоретическая) 4](#_Toc475046207)

[Египет и их задачи 4](#_Toc475046208)

[Старинные задачи с дробями 5](#_Toc475046209)

[Задача про Карфаген 5](#_Toc475046210)

[Головоломка в стихах. 6](#_Toc475046211)

[Задачи древнего Китая 6](#_Toc475046212)

[Задача Индии 7](#_Toc475046213)

[Задачи из старинных рукописей и "Арифметики" Л.Ф.Магницкого. 7](#_Toc475046214)

[Геометрическая задача. 9](#_Toc475046215)

[Вторая глава (практическая). 10](#_Toc475046216)

[Заключение 14](#_Toc475046217)

[Список используемой литературы 14](#_Toc475046218)

[Приложение 1 15](#_Toc475046219)

[Приложение 2 21](#_Toc475046220)

# Введение

***Тема*** моей исследовательской работы «Старинные задачи и способы их решений». ***Актуальность исследования.*** Мне кажется, что эта тема очень интересная и её можно изучить ради общего развития. Вы думаете люди раньше не умели решать задачи или они были очень лёгкими. Если так, то вы ошибаетесь. В Древне Египте, Вавилоне задачи намного сложнее. При том, что ещё не знали каких - то формул, дробей и т.д.

Мы ставим в исследовании перед собой следующих ***вопрос***, решают ли сейчас старинные задачи и помогают ли они в повседневной жизни? Поэтому ***гипотеза исследования*** звучт так, если раньше решали задачи, то и сейчас решают такие же задачи, при том, что запись могла измениться.

***Цель исследования.*** Установить - нужны ли были раньше задачи людям. Для чего? В чём помогали? И обосновать это примерами.

***Задачи исследования***:

1. Теоритический анализ различных источников информации.
2. Подобрать разные виды старинных задач.
3. Сравнить современные и старинные способы решения задач.
4. Провести опрос среди современных людей.

***Методы исследования.***

* Теоретический: логические рассуждения помогут мне проверить гипотезу.
* Опрос.

# Основная часть

# Первая глава (теоретическая)

Раньше были разные типы задач. Решали задачи на логику, геометрические задачи и т.д. Даже первобытные люди решали задачи. Простые, но всё же задачи. Они делили поровну между собой добычу.

В древнем мире люди занимались решением практических задач:

* нахождение на местности расстояния между двумя недоступными точками;
* определение высоты высоких предметов;
* построение прямых углов на местности;
* нахождение длины и площади большой окружности;
* построение окружности при помощи верёвки и т.д.

## Египет и их задачи

1) В Папирусе Ахмеса есть такая задача - разделить 7 хлебов между восемью людьми поровну. Сколько разрезов надо сделать?

Современный школьник скорее всего решал эту задачу так: надо разрезать каждый хлеб на 8 равных частей и каждому человеку дать по одной части от каждого хлеба.

А вот как эта задача решена на папирусе:

Каждому человеку нужно дать по половине, четверти и восьмушке хлеба. Теперь ясно, что надо 4 хлеба разрезать пополам, 2 хлеба на 4 части и только 1 хлеб - на 8 частей. И если нашему школьнику пришлось бы сделать 49 разрезов, то Ахмесу - всего 17, т.е. египетский способ почти в 3 раза экономичней.

2) Приходит пастух с 70 быками. Его спрашивают:

- Сколько приводишь ты своего многочисленного стада?

Пастух отвечает:

- Я привожу две трети от трети скота. Сочти!

Решение:

1) 70:2х3=105 голов - это 1/3 от скота

2) 105 х 3=315 голов скота

Ответ: 315 голов скота

Древние Египтяне были замечательными математиками и инженерами. Задачи и многое другое помогали им строить здания, пирамиды и т.д. Задачи помогали не только им, но и другим народам.

## Старинные задачи с дробями

В произведении знаменитого римского поэта 1 века до н.э. Горация так описана беседа учителя с учеником в одной из римских школ этой эпохи:

**Учитель**. Пусть скажет сын Альбина, сколько останется, если от пяти унций отнять одну унцию?

**Ученик**. Одна треть.

**Учитель**. Правильно. Ты сумеешь беречь своё имущество.

Решение:

5/12 - 1/12 = 4/12 = 1/3

Ответ: 1/3

Задачи использовались везде. В Китае, в Индии, в Греции и т.д. И используются и посей день.

## Задача про Карфаген

Об основании города Карфагена существует древнее предание. Дидона, дочь тирского царя, потеряв мужа, убитого ее братом, бежала в Африку. Там она купила у нумидийского царя столько земли, "сколько занимает воловья шкура". Когда сделка состоялась, Дидона разрезала воловью шкуру на тонкие ремешки и благодаря такой уловке охватила участок земли, достаточный для сооружения крепости. Так будто бы возникла крепость Карфаген, а впоследствии был построен и город. Попробуйте приблизительно определить, какую площадь могла, согласно этому преданию, занять крепость, если считать, что размер воловьей шкуры 4 кв. м., а ширина ремешков, на которые Дидона ее разрезала, 1 мм.

Ответ : Если площадь воловьей шкуры 4 кв. м. (или 4 млн. кв. мм.), а ширина ремешков 1 мм., то общая длина вырезанного ремня (Дидона, надо думать, вырезала его спирально) - 4 миллиона миллиметров, или 4000 метров, т.е. 4 км. Таким ремнем можно окружить квадратный участок 1 кв. км. и круглый - в 1,3 кв. км.

## Головоломка в стихах.

Это русская народная потешка, а в ней интересная загадка.

Прилетели галки,

Сели на палки.

Если на каждой палке

Сядет по одной галке,

То для одной галки

Не хватит палки.

Если же на каждой палке

Сядет по две галки,

То одна из палок

Будет без галок.

Сколько было галок?

Сколько было палок?

Ответ: четыре галки, три палки.

## Задачи древнего Китая

1) В клетке находится неизвестное число фазанов и кроликов. Известно только, что вся клетка содержит 35 голов и 94 ног. Требуется узнать количество фазанов и кроликов.

2) Из 3 снопов хорошего урожая, 2 снопов среднего урожая и 1 снопа плохого урожая получили 39 доу (доу — мера объ¬ема) зерна. Из 2 снопов хорошего урожая, 3 снопов среднего урожая и 1 снопа плохого урожая получили 34 доу зерна. Из 1 снопа хорошего урожая, 2 снопов среднего урожая и 3 сно-пов плохого урожая получили 26 доу зерна. Спрашивается, сколько зерна получили из каждого снопа хорошего, среднего и плохого урожая.

Решение : Обозначим за х- хороший урожай 1снопа, у-средний, с-плохой урожай. Получим, 3х+2у+с=39, 2х+3у+с=34, х+2у+3с=26. Решаем полученную систему и получаем х=9,25 у=4,25 с=2,75

(Вторая задача взята из восьмой книги трактата "Математика в девяти книгах", составленного ещё до н.э. Этот трактат был обязательным пособием для подготовки к экзаменам по математике. Он представлял собой справочную книгу для людей различных профессий. Трактат состоял из задач и правил к этим задачам, имеющим прикладное значение.)

## Задача Индии

На две партии разбившись,

Забавлялись обезьяны.

Часть восьмая их в квадрате

В роще весело развилась.

Криком радостным двенадцать

Воздух свежий оглашали.

Вместе сколько ты скажешь

Обезьян там было в роще?

(Задача взята из трактата "Венец астрономического учения" выдающегося индийского математика 13-ого века Бхаскара(Бхаскарачарья - ачарья - мудрец.)

## Задачи из старинных рукописей и "Арифметики" Л.Ф.Магницкого.

1) Житейские истории.

Двое ели сливы. Один сказал другому: "Дай мне свои 2 сливы, тогда у нас будет слив поровну", - на что другой ответил: "Нет лучше ты дай мне свои две сливы, - тогда у меня будет в два раза больше, чем у тебя".Сколько слив было у каждого?

Ответ: Так как передача двух слив уравнивает число слив у собеседника, то у одного из них на четыре сливы больше, чем у другого. Если же человек, у которого слив меньше, две сливы отдаст человеку, у которого их больше, то разница увеличивается до 8 слив. Поскольку второй человек тогда будет иметь слив в 2 раза больше, то ясно, что у одного из них после передачи будет 8 слив, а у другого 10 слив. Следовательно, что до передачи двух слив у одного было 10 слив, а у другого было 14 слив.

2) Путешествия.

Из Москвы в Вологду. Послан человек из Москвы в Вологду, и велено ему в хождении своем совершать во всякий день по 40 верст. На следующий день вслед ему послан второй человек, и приказано ему проходить в день по 45 верст. На какой день второй человек догонит первого?

Решение :

1 способ : За день первый человек пройдет по направлению к Вологде 40 верст и, значит, к началу следующего дня будет опережать второго человека на 40 верст. В каждый следующий день первый человек будет проходить по 40 верст, второй по 45 верст, а расстояние между ними будет сокращаться на 5 верст. На 40 верст оно сократиться за 8 дней. Поэтому второй человек настигнет первого к исходу 8-го дня своего путешествия.

2 способ : Пусть первый человек проходит за х дней определенное расстояние, а второй это же расстояние пройдет за (х-1) день. Для первого человека это расстояние равно 40х верст, а для второго 45(х-1) верст.

40х=45(х-1); 40х=45х-45; 5х=45; х=9.

3) Денежные расчёты.

Сколько стоят гуси? Некто купил 96 гусей. Половину гусей он купил, заплатив по 2 алтына и 7 полушек за каждого гуся. За каждого из остальных гусей он заплатил по 2 алтына без полушки. Сколько стоит покупка?

Решение : Так как алтын состоит из 12 полушек, то 2 алтына и 7 полушек составляют 2 \* 12 + 7 = 31 полушки. Следовательно, за половину гусей уплачено 48 \* 31 = 1488 полушек. За вторую половину гусей уплачено 48 \* (24 -1) = 48 \* 23 = 1104 полушки, т.е. за всех гусей уплачено 1488 + 1104 = 2592 полушек, что составляет 2592 : 4 = 648 копеек или 6 рублей 48 копеек, или 6 рублей 16 алтын.

## Геометрическая задача.

1) (Задача индийского учёного Бхаскара Акариа, 1114 г.) На берегу ручья, ширина которого 4 фута, рос тополь. Порыв ветра сломил его на высоте 3 фута от земли так, что верхний конец его коснулся другого берега ручья(ствол направлен перпендикулярно течению). Определить высоту тополя.

Решение .

1) AB = AC+BC, AB = 5,

2)5+3 = 8 (футов) - высота тополя.

Задачи на прогрессии, дошедшие до нас из древности, были связаны с запросами хозяйственной жизни: распределение продуктов, деление наследства, строительство и т.д.

# Вторая глава (практическая).

В ходе теоретического анализа нам удалось выявить, что в древности существовало много видов задач, но в основном эти задачи носили прикладной характер. Современные люди порой решают математические задачи, не задумываясь об их практическом применении. Поэтому нам стало интересно, какими способами современные школьники и учителя будут решать старинные задачи.

Из многообразия задач, представленных в первой главе исследования, мы выбрали две, которые предложили решить учащимся 7 класса, 10 класса и учителю математики.

1) В Папирусе Ахмеса есть такая задача - разделить 7 хлебов между восемью людьми поровну. Сколько разрезов надо сделать?

2) Житейские истории.

Двое ели сливы. Один сказал другому: "Дай мне свои 2 сливы, тогда у нас будет слив поровну", - на что другой ответил: "Нет лучше ты дай мне свои две сливы, - тогда у меня будет в два раза больше, чем у тебя".Сколько слив было у каждого?

Подробные решения наших респондентов представлены в приложении 1.

***Анализ решений современными людьми первой задачи.***

Учащиеся 7 класса, один ученик 10 класса и учитель математики (5 человек из 7 опрошенных) предложили следующее решение:

Разрезать каждый хлеб на 8 равных частей и каждому человеку дали по одной части от каждого хлеба. Таким образом, необходимо будет сделать 7\*7=49 разрезов.

Однако интересными представляются решения оставшихся двух опрошенных, которые предложили решить данную задачу, сделав всего 7 разрезов.

При этом одно решение, скорее всего, с практической точки зрения трудно осуществимо. Ученица 10 класса предложила от каждого хлеба отрезать по 1/8 части, тогда получится, что у одного человека весь, положенный ему хлеб, будет состоять из 7 кусочков по 1/8.

Неординарное решение предложил ученик 10 класса. Он предложил состовить 7 данных хлебов в одну длинную полосу. Затем разделить эту полосу пополам разрезом, затем каждую половину еще напополам, затем каждую четвертину еще раз напополам. То есть тоже предложил сделать всего 7 разрезов.

***Старинные вычисления.***

1) Каждому человеку нужно дать по половине, четверти и восьмушке хлеба. Теперь ясно, что надо 4 хлеба разрезать пополам, 2 хлеба на 4 части и только 1 хлеб - на 8 частей. И если большинство наших школьников предложили сделать 49 разрезов, то Ахмесу нужно было сделат всего 17, т.е. египетский способ почти в 3 раза экономичней. Однако, неординарно мыслящие школьники, предложили еще более экономичный способ разрезания (7 разрезов).

***Анализ решений современными людьми второй задачи.***

Из троих семиклассников со второй задачей справились только двое, в качестве способа решения выбрали подбор, так как знаний по алгебре еще не очень много.

Десятиклассники составили систему уравнений с двумя неизвестными, приняв количество слив у первого человека за х, а количество слив у второго человека за у.

Учитель предложил способ решения с помощью линейного уравнения.

***Старинные вычисления.***

Так как передача двух слив уравнивает число слив у собеседника, то у одного из них на четыре сливы больше, чем у другого. Если же человек, у которого слив меньше, две сливы отдаст человеку, у которого их больше, то разница увеличивается до 8 слив. Поскольку второй человек тогда будет иметь слив в 2 раза больше, то ясно, что у одного из них после передачи будет 8 слив, а у другого 10 слив. Следовательно, что до передачи двух слив у одного было 10 слив, а у другого было 14 слив.

То есть данную задачу в древности решали без составления уравнения и систем уравнений.

***Мнения современных людей о старинных задачах.***

После решения двух задач мы предложили современным любителям математики ответить на несколько вопросов, чтобы понять их отношение к старинным задачам. Анкета представлена в приложении 2.

Анализ ответов на вопросы анкеты позволил нам утверждать, что для большинства респондентов предложенные задачи оказались легкими (диаграмма 1).

.

При этом сложной показалась семиклассникам именно вторая задача. Скорее всего это связано с тем, что арифметически или подбором данную задачу решить не получилось, а такое понятие как системы уравнений учащиеся 7 класса еще не изучали.

Стоит отметить, что, несмотря на указанную сложность, 6 человек из 7 справились верно с обеими задачами.

Далее мы выяснили, какая из двух предложенных задач, показалась интереснее. Результаты ответов представлены на диаграмме 2.

Интересны объяснения, данные участниками исследования.

Так ученику 7 класса первая задача понравилась больше чем вторая , «потому что сначала пытаешься копаться глубоко, а оказывается, что всё на поверхности". При этом и среди учащихся 7 класса, и среди учащихся 10 класса был дан следующий ответ: «Вторая задача интереснее, потому что она сложнее первой». Также среди ответов учащихся 10 класса был следующий: «Вторая задача показалась интереснее потому, что здесь составлялась система неравенств. До этого нужно ещё додуматься, правильно составить и, конечно, решить. А первая задача решилась слишком быстро - жизненная, часто применима в повседневной жизни."

Эти ответы позволяют утверждать, что среди современных школьников есть ребята, которые увлекаются математикой и любят «поломать свой мозг» над более интересными задачами.

Интерес к первой задаче учащиеся и 7 класса, и 10 класса объяснили как раз легкостью решения данной задачи. Первая задача показалась интереснее, «так как у первой задачи я нашла возможность решения без помощи систем уравнения и это заняло меньше времени, чем решение второй представляемой задачи». Это не означает, что ребята не любят математику, но данные ответы могут означать то, что ребята хотят быть уверенными в своих решениях, боятся допустить ошибку.

Учителю математики не удалось выбрать между предложенными задачами. Хотя обе задачи показались учителю лёгкими., обе задачи показались интересными. Первая задача тем, что «на первый взгляд очевидное решение, но есть много более рациональных вариантов». Вторая задача тем, что «на первый взгляд запутанное условие, но можно решить просто без уравнения».

# Заключение

Теоретический анализ показал, что в древности людям приходилось решать задачи, которые чаще всего носили практический характер. Со временем люди стали составлять для себя задачи в виде шуток и стихов. Много задач носило геометрический характер, так как людям приходилось заниматься строительством и земледелением. Многие способы решения старинных задач предложенные в древности сложнее современных, но могут быть экономичнее (задача про хлеб. Решение было сложнее, но экономичней современного).

Современный люди редко решают старинные задачи, потому что не чувствуют в этом потребности. Нам приходится решать свои, современные задачи, которые нам могут понадобиться в повседневной жизни.

Раньше математика не была на таком высоком уровне как сейчас. Были другие способы решения задач. Сейчас у нас появились дроби, формулы, свойства и т.д. Утверждать, что мы не можем решать старинные, древние задачи - это не правильно, но решаем мы эти задачи не такими же способами как в древности.

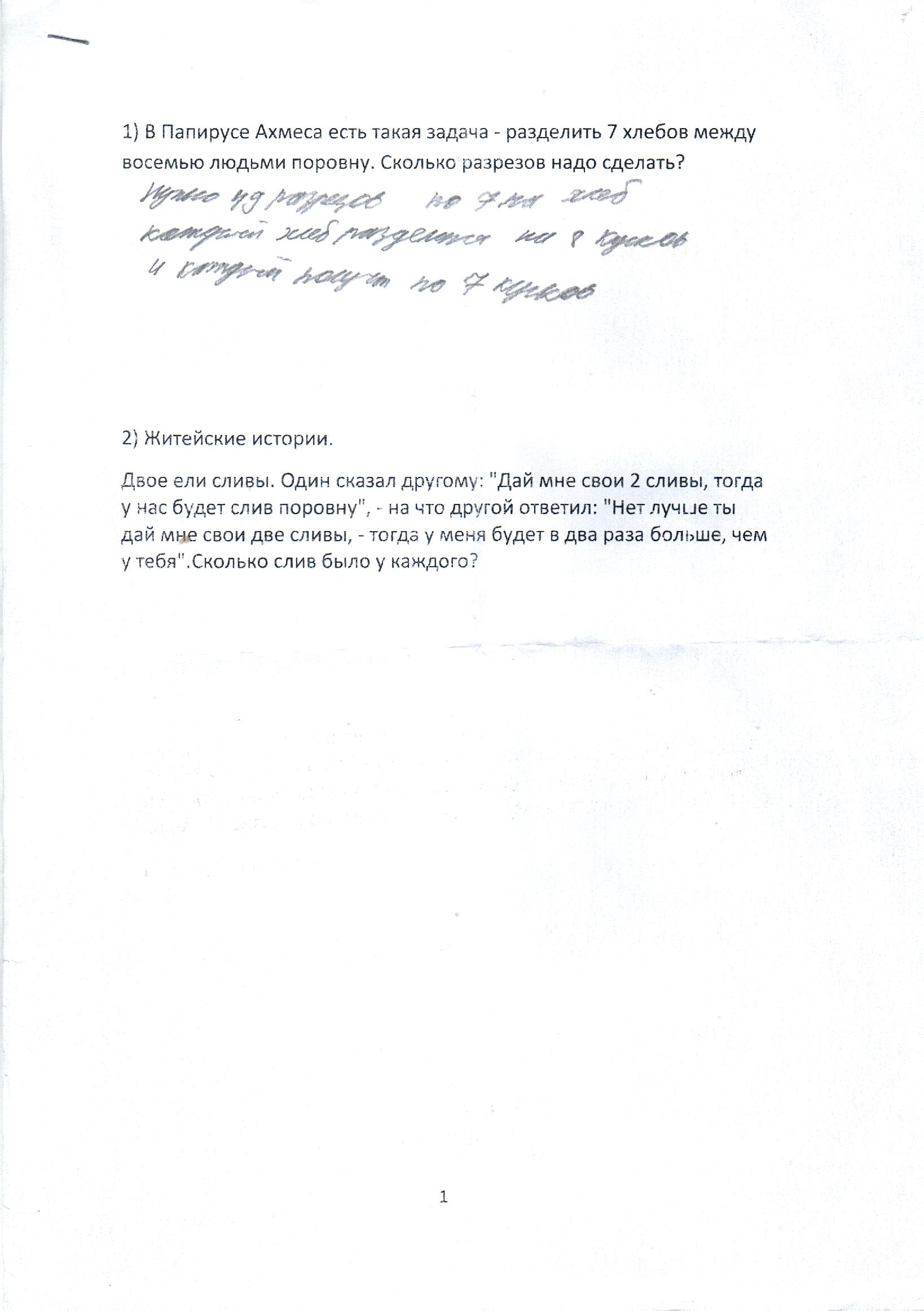
# Список используемой литературы

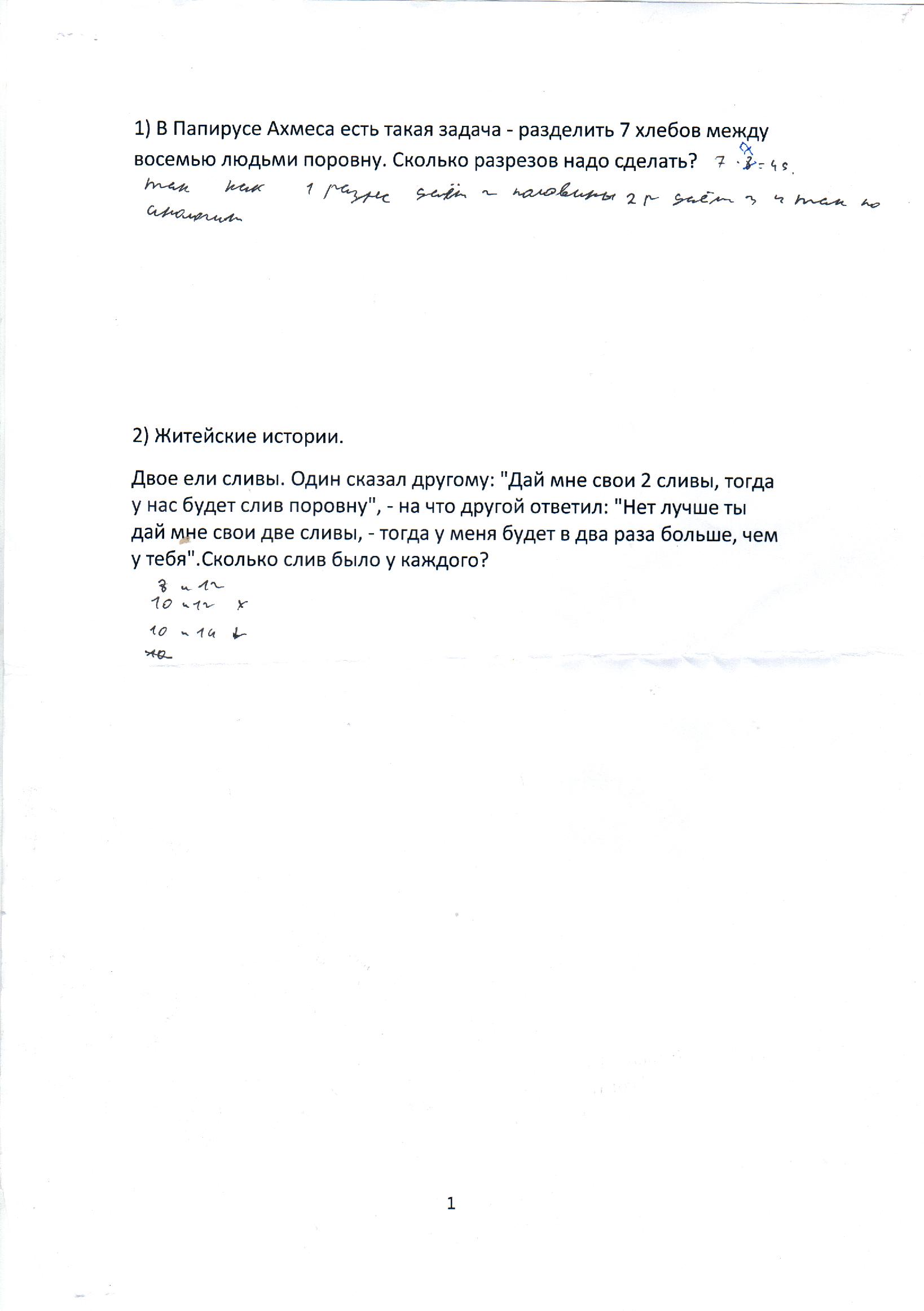
1. Олехник С.Н. Старинные занимательные задачи М.: Дрофа, 2002, 176 с
2. Сайт, посвященныйт старинным учебникам математики. <http://matematika.gym075.edusite.ru/istotia-razvitia.html>
3. <http://uchimsya-reshat-zadach.ru/category/starinnyie-zadachi-po-matematike>

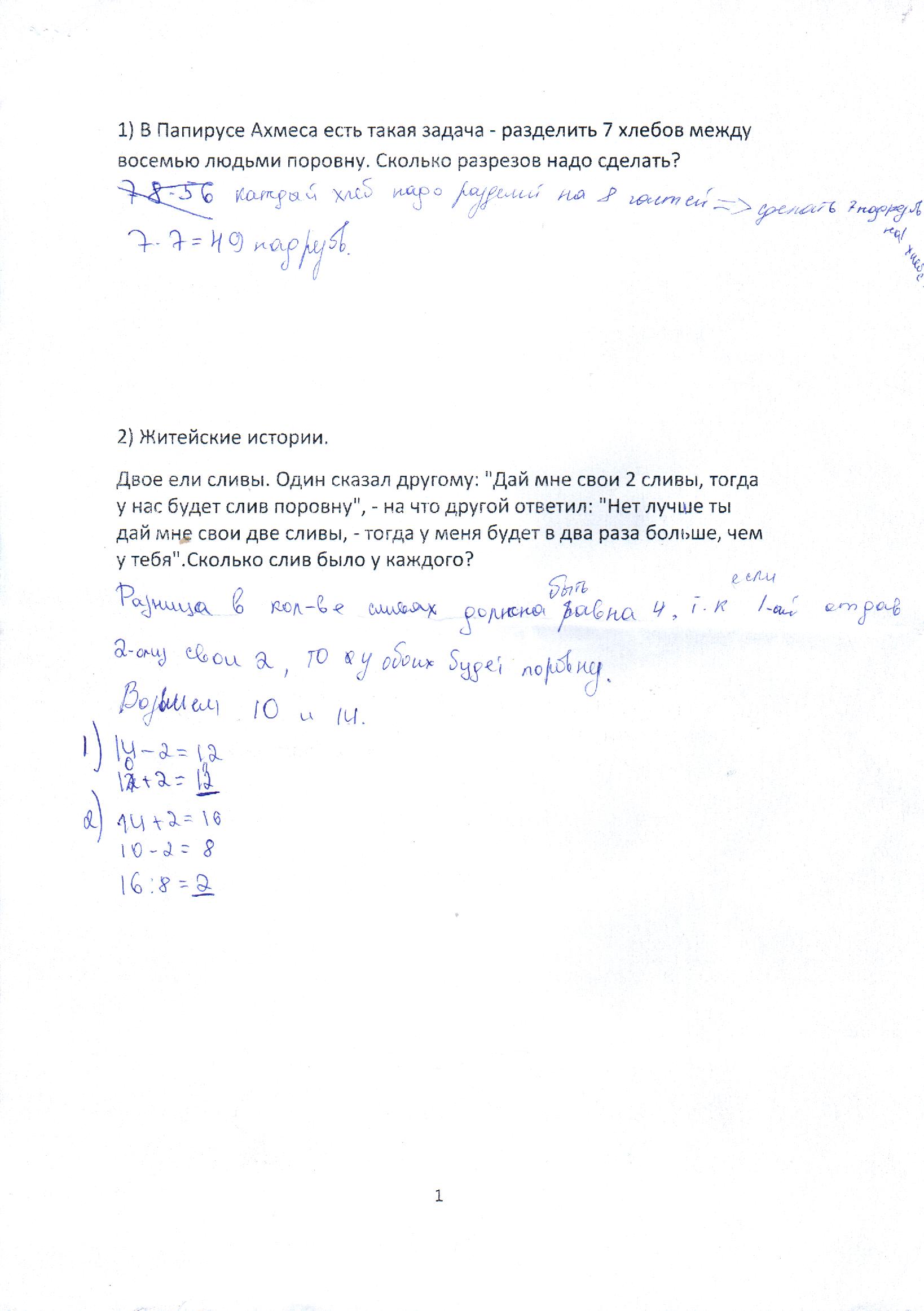
### Приложение 1

**Решения старинных задач современными людьми**

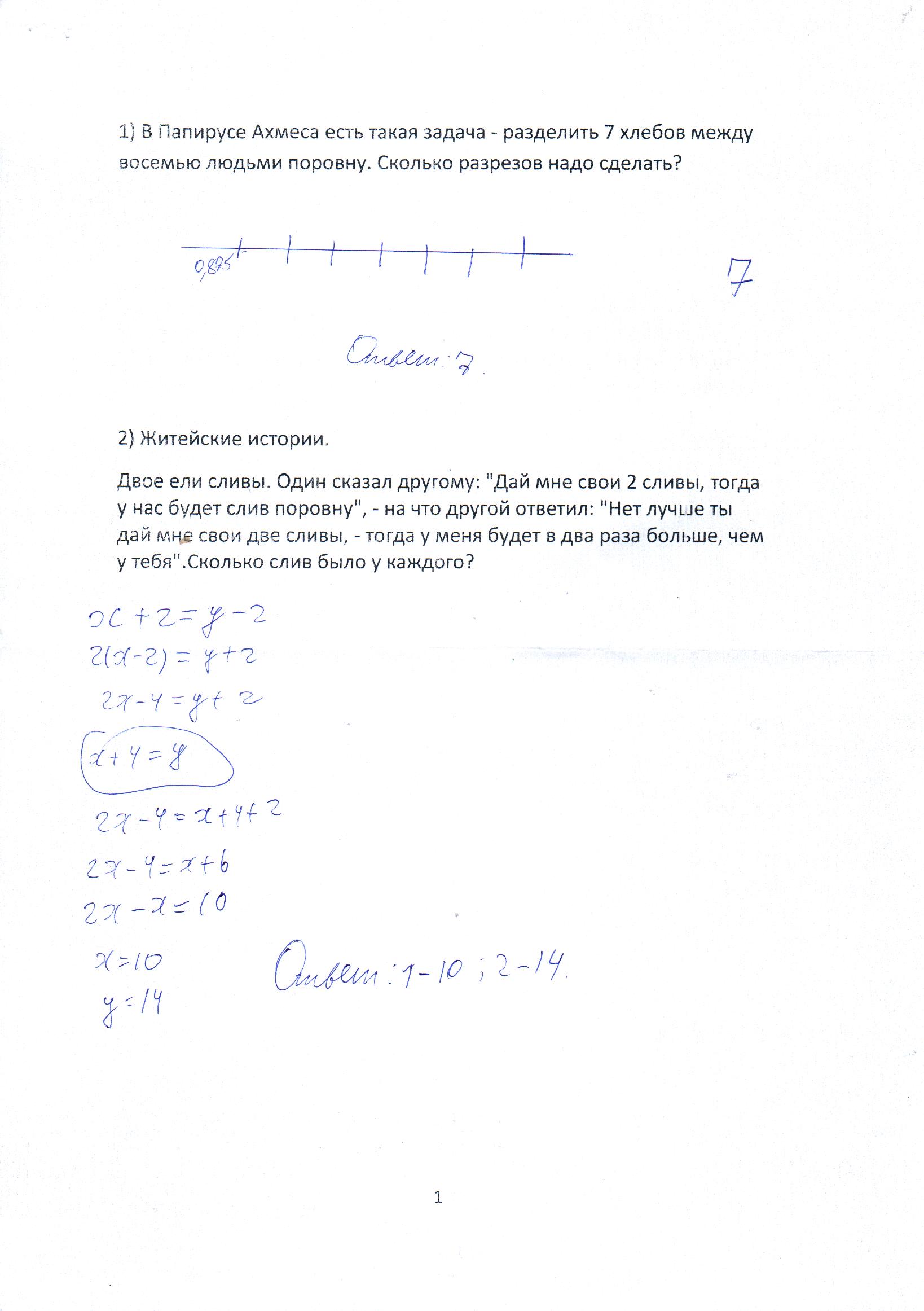
**7 класс**

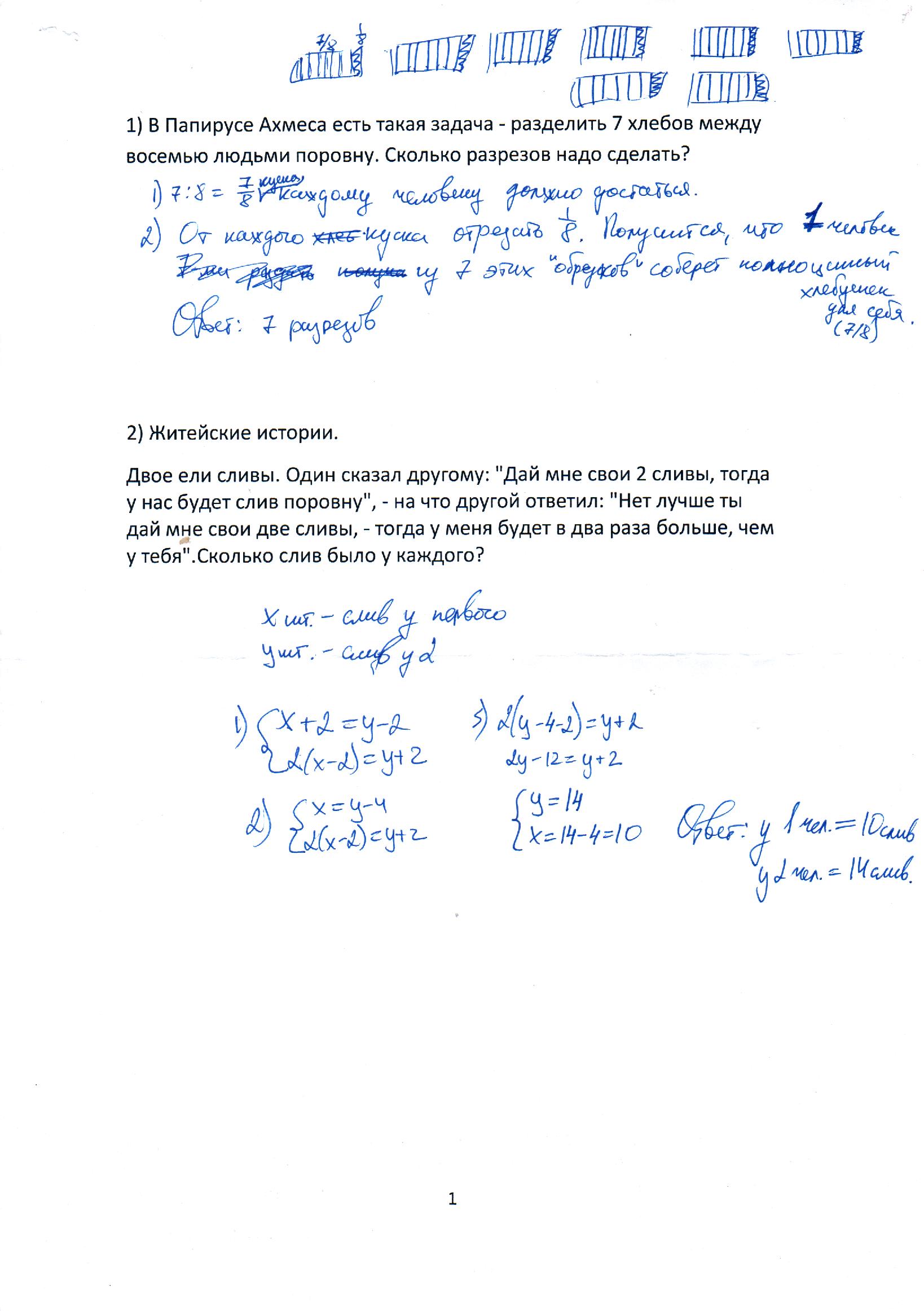






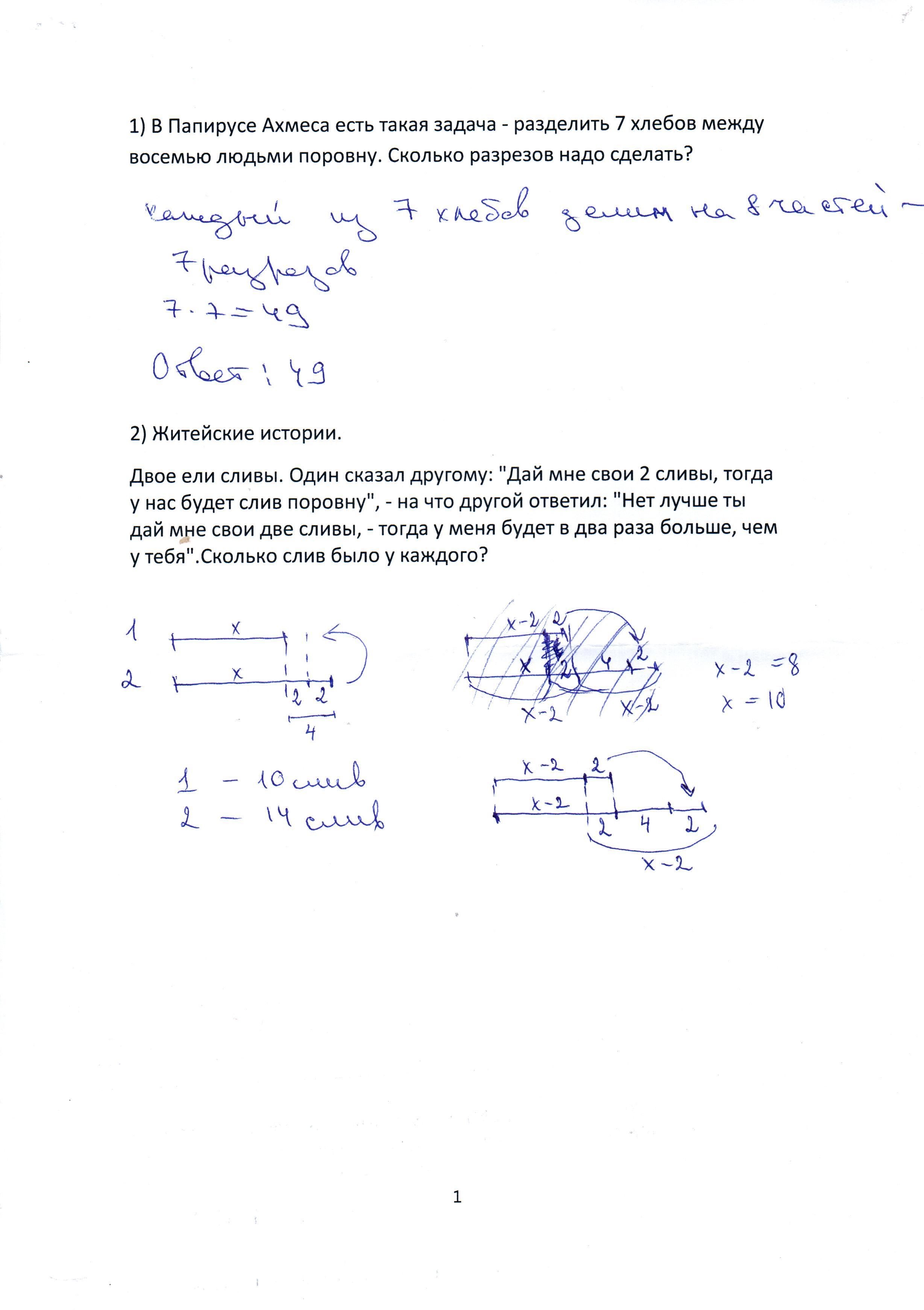
**10 класс**

****

****

****

**Учитель**

****

### Приложение 2

**Анкета для людителей математики**

Уважаемые любители математики! После решения двух задач просьба ответить на несколько вопросов.

Обведите нужный вариант ответа.

1) Для Вас предложенные задачи были: а) легкими б) сложными  
2) Удалось ли решить предложенные задачи а) да, обе б) только 1 в) ни одной  
3) Какая задача из двух предложенных показалась Вам интереснее и почему? а) 1 б) 2

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

4) Напишите о себе, пожалуйста.

А) ученик 7 класса Б) ученик 10 класса В) учитель